

Lagebeziehung Ebene - Ebene

1. Identisch

Voraussetzungen:

1. Normalenvektoren linear abhängig
2. Ein Punkt liegt auf beiden Ebenen

Beispiel: $E_1: [\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}] * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$

$$E_2: [\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}] * \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix} = 0$$

1. Lineare Abhängigkeit der Normalenvektoren:

$$3 * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

2. Punkt auf beiden Ebenen:

$$[(\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix})] * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$(-1*2)+(3*2)+(-1*4)=0$$
$$0=0$$

Beides ist erfüllt, somit sind die Ebenen identisch.

2. Parallel

Voraussetzungen:

1. Normalenvektoren linear abhängig
2. Kein Punkt liegt auf beiden Ebenen

Beispiel: $E_1: [\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}] * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$

$$E_2: [\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}] * \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix} = 0$$

1. Lineare Abhängigkeit der Normalenvektoren:

$$3 * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

2. Kein gemeinsamer Punkt:

$$\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right] * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$0 + 6 - 4 \neq 0$$

Beides ist erfüllt, die Ebenen sind also parallel.

3. Schneidend

Voraussetzung:

1. Die Normalenvektoren müssen linear abhängig sein.

Beispiel: $E_1: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] * \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix} = 0$

$$E_2: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] * \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix} = 0$$

1. Lineare Abhängigkeit der Normalenvektoren:

$$x * \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Nicht lösbar => linear unabhängig

Die Bedingung ist erfüllt, die Ebenen schneiden sich.