

Zusammenstellung: Beispielaufgaben für den hilfsmittelfreien Teil in der Stochastik

1. IQB – erhöhtes Anforderungsniveau

Die binomialverteilten Zufallsgrößen X_1 und X_2 geben für Trefferwahrscheinlichkeiten von $p_1 = 0,8$ bzw. $p_2 = 0,2$ jeweils die Anzahl der Treffer bei fünf Versuchen an.

- a Betrachtet wird die Zufallsgröße X_1 . Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit für genau einen Treffer berechnet werden kann.
- b Geben Sie für eine der beiden Zufallsgrößen ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit durch den Term

$$1 - \left(\binom{5}{3} \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^2 + \binom{5}{4} \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^1 + \binom{5}{5} \cdot 0,8^5 \right)$$

angegeben wird.

- c Abbildung 1 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_1 . Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_2 in Abbildung 2 dar.

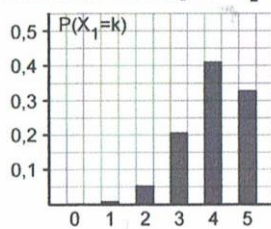


Abb. 1

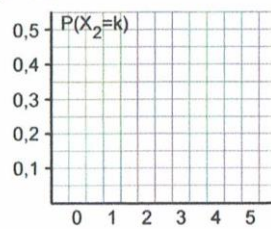


Abb. 2

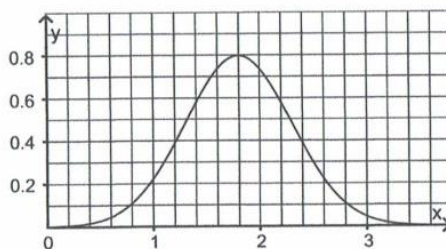
Die Flächen zweier Würfel sind mit jeweils einem Buchstaben beschriftet:

Würfel 1: B, B, C, C, C, C

Würfel 2: A, A, A, B, B, C

- a Würfel 1 wird zweimal geworfen. Eine Zufallsgröße beschreibt, wie oft dabei eine Fläche mit dem Buchstaben B gewürfelt wird. Berechnen Sie den Erwartungswert dieser Zufallsgröße.
- b Einer der beiden Würfel wird zufällig ausgewählt und einmal geworfen; es wird eine Fläche mit dem Buchstaben C gewürfelt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei der Würfel 2 geworfen wurde.

Die Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsgröße X .



- a Geben Sie den Erwartungswert von X an.
- b Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass X den Wert 2,4 annimmt.
- c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X einen Wert aus dem Intervall $[1,1,4]$ annimmt.

2. IQB – grundlegendes Niveau

Von weißen Mäusen eines Zuchtbetriebs ist bekannt, dass 20 % der Mäuse an der Krankheit A und 8 % an der Krankheit B leiden. 3 % der Mäuse leiden an beiden Krankheiten.

- a Begründen Sie, dass der Anteil der Mäuse, die mindestens an einer der beiden Krankheiten leiden, 25 % beträgt.
- b Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term

$$1 - \left(\binom{10}{9} \cdot 0,75^9 \cdot 0,25^1 + \binom{10}{10} \cdot 0,75^{10} \right)$$

berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an.

BI

2

3

5

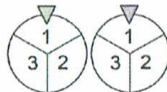
- a Zwei Würfel, deren Seiten jeweils mit den Ziffern 1 bis 6 durchnummeriert sind, werden geworfen. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Augensumme drei ist.

- b Betrachtet werden die folgenden Zufallsgrößen X, Y und Z:

X: Augenzahl beim Werfen eines Würfels, dessen Seiten mit den Ziffern 1 bis 6 durchnummeriert sind



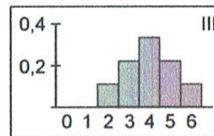
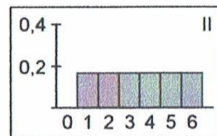
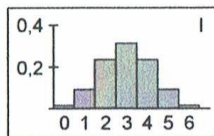
Y: Augensumme beim Drehen der beiden abgebildeten Glücksräder



Z: Anzahl der „Wappen“ beim sechsmaligen Werfen einer Münze, deren Seiten „Wappen“ bzw. „Zahl“ zeigen



Jede der Zufallsgrößen gehört zu einer der folgenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen I, II und III. Ordnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen den Zufallsgrößen zu und begründen Sie jede Ihrer Zuordnungen.



In einem Behälter befinden sich sechs rote und vier grüne Kugeln. Zwei Kugeln werden zufällig entnommen.

- a Ermitteln Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:

A: „Beide entnommenen Kugeln sind grün.“

B: „Höchstens eine der entnommenen Kugeln ist rot.“

- b Formulieren Sie für folgende Ereignisse jeweils das Gegenereignis:

C: „Mindestens eine der entnommenen Kugeln ist rot.“

D: „Beide entnommenen Kugeln sind rot oder beide sind grün.“

3. Sonstige Quellen

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,6$.

- 1.1 Geben Sie an, welche der Abbildungen die Verteilung von X darstellt.
Begründen Sie Ihre Auswahl.

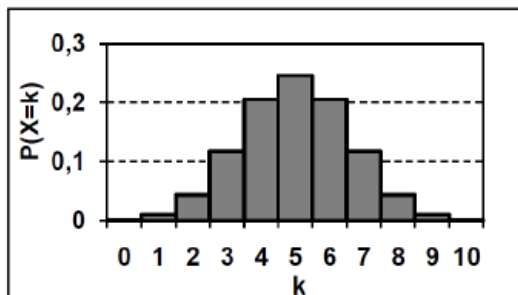


Abbildung 1

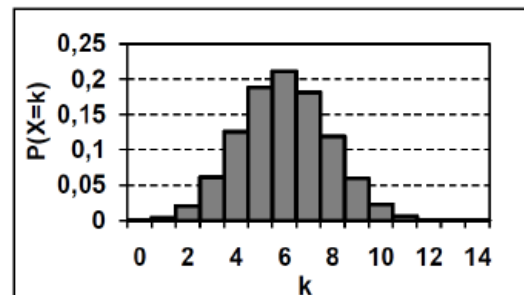


Abbildung 2

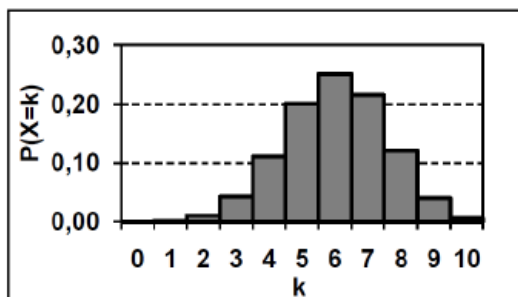


Abbildung 3

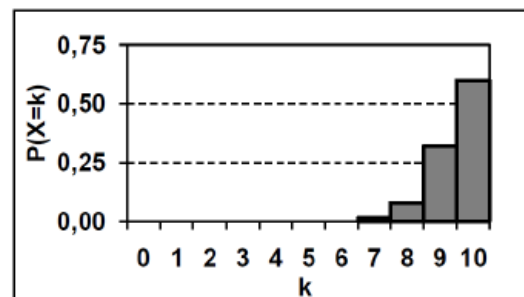


Abbildung 4

3 BE

- 1.2 Geben Sie mithilfe der von Ihnen ausgewählten Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(4 < X < 7)$ und die Wahrscheinlichkeit $P(X \neq 5)$ an.

2 BE

In den Urnen U_1 und U_2 befinden sich Kugeln, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden:

U_1 : 6 rote und 4 blaue Kugeln

U_2 : 1 rote und 4 blaue Kugeln

- 1.1 Aus der Urne U_1 werden zwei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen zufällig gezogen.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben.

2 BE

- 1.2 Es wird eine der beiden Urnen zufällig ausgewählt. Aus dieser wird eine Kugel zufällig gezogen. Die gezogene Kugel ist rot.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Kugel aus der Urne U_1 stammt.

3 BE

In einer Urne liegen zwei rote, zwei grüne und eine goldene Kugel. Beschreiben Sie ein Zufallsexperiment und ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit sich mit den folgenden Termen berechnen lässt: $\binom{5}{4} \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^4$

In einer Urne befinden sich 6 rote und zwei gelbe Kugeln.

1. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, eine rote bzw. gelbe Kugel zu ziehen.
2. Aus der Urne werden vier Kugeln „mit Zurücklegen“ gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man genau drei rote Kugeln zieht.
3. In die Urne werden zusätzlich n schwarze Kugeln gelegt.

Bestimmen Sie n so, dass die Wahrscheinlichkeit, eine schwarze Kugel zu ziehen, gleich $\frac{5}{9}$ ist.

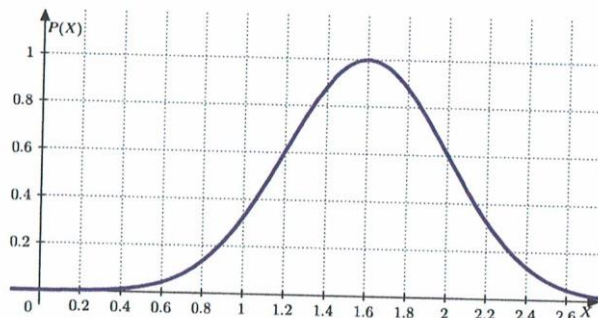
1. Eine Zufallsgröße X sei binomialverteilt mit den Parametern $n=100$ und $p=\frac{1}{5}$.

Berechnen Sie die Standardabweichung von X .

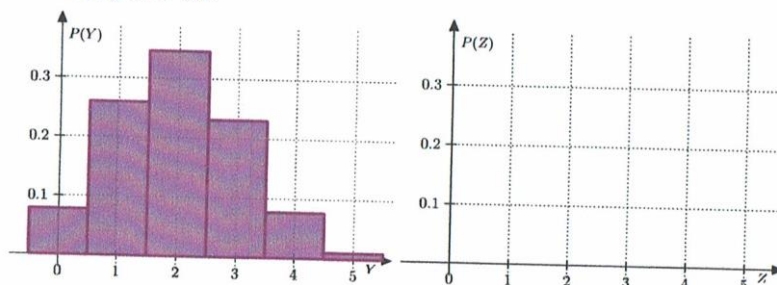
2. Die Zufallsgröße Y sei binomialverteilt mit dem Parameter $n = 100$. Y habe die Varianz 9.

Berechnen Sie die möglichen Trefferwahrscheinlichkeiten p und Erwartungswerte.

1. Die Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsgröße X . Bestimmen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(1 \leq X \leq 1,4)$ und beschreiben Sie Ihr Vorgehen.



2. Die Zufallsgrößen Y und Z seien binomialverteilt mit $p_Y = 0,4$ und $p_Z = 0,6$. Die Anzahl der Versuche sei $n = 5$. Die linke Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y . Stellen Sie in der rechten Abbildung die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Z dar.



8 Binomialverteilung

1. Ein Schnellrestaurant veranstaltet ein Gewinnspiel und schenkt jedem Kunden ein Los. Die Wahrscheinlichkeit für einen Sofortgewinn liegt bei $\frac{1}{5}$. Ordnen Sie den folgenden Ereignissen den richtigen Term zur näherungsweisen Berechnung der Wahrscheinlichkeit zu.

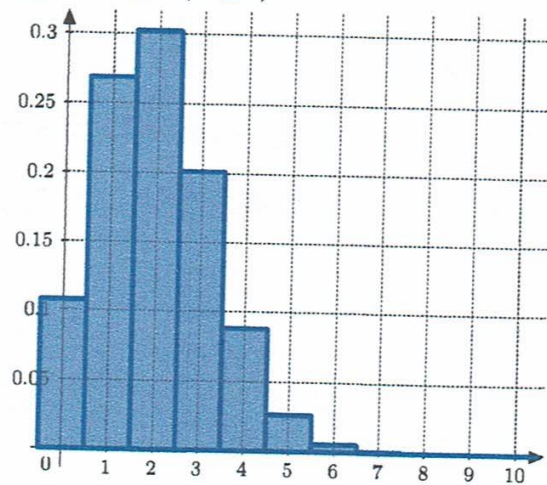
- a) Unter 10 Losen sind keine Sofortgewinne.
- b) Unter 10 Losen sind genau 4 Sofortgewinne.
- c) Unter 10 Losen ist mindestens ein Sofortgewinn.

$$P_1 = \left(\frac{1}{5}\right)^{10} \quad P_2 = \binom{10}{4} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^6$$

$$P_3 = 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10} \quad P_4 = \left(\frac{4}{5}\right)^{10}$$

$$P_5 = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^{10} \quad P_6 = \binom{10}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5$$

2. Die Abbildung zeigt die Binomialverteilung für $n = 10$ und $p = \frac{1}{5}$. Bestimmen Sie den Wert für $P(X \leq 2)$.



In einer Reisegruppe sind 37,5% männliche Reisende (M), von diesen sind 80% im Alter von 60 und mehr (60+). Insgesamt sind 70% der Reisenden im Alter 60+.

- a) Bestimmen Sie den Anteil der weiblichen Reisenden im Alter 60+ in der gesamten Reisegruppe.
- b) Insgesamt gibt es 10 mehr weibliche als männliche Reisende in der Gruppe. Bestimmen Sie die Personenanzahl der gesamten Reisegruppe.

Hilfsmittelfreier Teil. Beispielaufgabe 1 zur Stochastik

Ein Supermarkt verwendet für die Bearbeitung zurückgegebener Pfandflaschen eine Maschine. Diese soll einwandfreie Flaschen von deformierten Flaschen unterscheiden. Zurückgegebene Flaschen werden entweder von der Maschine abgewiesen oder angenommen. Dabei unterlaufen dem Gerät auch Fehler: Es werden manchmal auch einwandfreie Flasche abgewiesen oder deformierte Flasche angenommen. Eine Übersicht über Wahrscheinlichkeiten in diesem Zusammenhang liefert die noch unvollständige Vierfeldertafel (Tabelle).

	Flasche angenommen	Flasche abgewiesen	
Flasche einwandfrei	0,9405	0,0095	0,95
Flasche deformiert	0,0015	0,0485	0,05

Tabelle

- (1) In den beiden doppelt umrandeten Kästchen der letzten Zeile fehlen zwei Wahrscheinlichkeiten in dem vorliegenden Sachzusammenhang.

Berechnen Sie beide Wahrscheinlichkeiten und geben Sie diese in den Kästchen an.

- (2) *Geben Sie die Bedeutung der beiden Wahrscheinlichkeiten aus (1) in dem vorliegenden Sachzusammenhang an.*

- (3) Eine Flasche wird abgewiesen.

Ermitteln Sie einen Term, um die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, dass die Flasche in Ordnung ist.

Hinweis: Die konkrete Berechnung wird nicht verlangt.