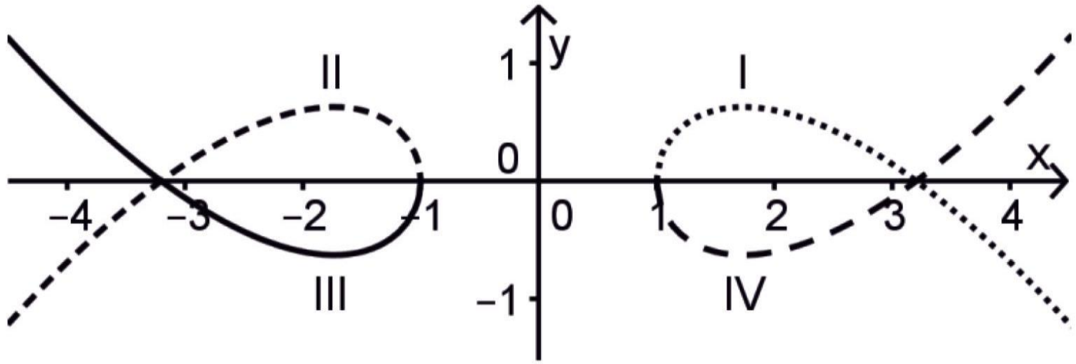
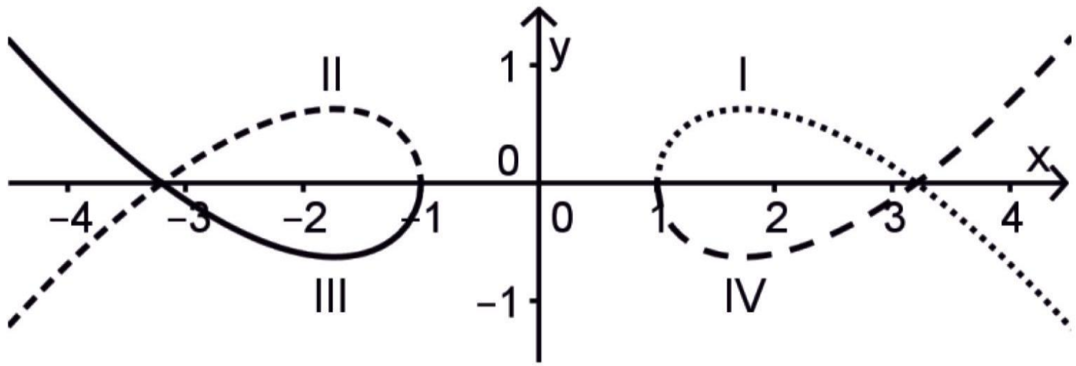
Q2 Set 1, Runde 1

1	Berechnen Sie näherungsweise $348cm \cdot 4{,}1m$.
2	Lösen Sie die Gleichung $3 \cdot n - 15 = 4 \cdot n + 1$.
3	200 € werden jährlich mit 5% verzinst. Wie viel ist nach 2 Jahren auf dem Konto?
4 (IQB; Niveau I)	Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x-1} \cdot (\frac{1}{2}x - \frac{8}{5})$ und maximalem Definitionsbereich D. **a** Geben Sie D an. **b** Bestimmen Sie die Nullstellen von f. **c** Entscheiden Sie, welcher der abgebildeten Graphen I bis IV die Funktion g mit $g(x) = -f(x)$ darstellt. Begründen Sie Ihre Entscheidung. 

Lösung Q2 Set 1, Runde 1

1	Berechnen Sie näherungsweise $348cm \cdot 4{,}1m$.	$ca.14m^2$
2	Lösen Sie die Gleichung $3 \cdot n - 15 = 4 \cdot n + 1$.	$n = -16$
3	200 € werden jährlich mit 5% verzinst. Wie viel ist nach 2 Jahren auf dem Konto?	220,50 €
4	Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x-1} \cdot (\frac{1}{2}x - \frac{8}{5})$ und maximalem Definitionsbereich D. **a** Geben Sie D an. **b** Bestimmen Sie die Nullstellen von f. **c** Entscheiden Sie, welcher der abgebildeten Graphen I bis IV die Funktion g mit  $g(x) = -f(x)$ darstellt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.	a) D=$[1;\infty[$ b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1=0} \vee \frac{1}{2}x - \frac{8}{5} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = \frac{16}{5}$ c) Graph I, Begründung: D=$[1;\infty[$ und $-f(2) > 0$

Q2 Set 1, Runde 2

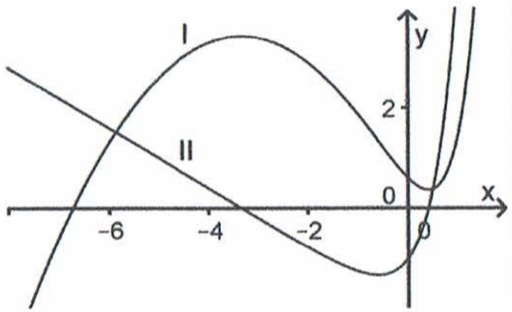
1	Wie alt sind alle Schüler der Schule zusammen? Überschlage!
2	Geben Sie eine Gleichung mit den Lösungen $t=3$ und $t=-5$ an.
3	Die Halbwertszeit einer radioaktiven Substanz beträgt eine Woche. Wann ist nur noch etwa ein Tausendstel der Substanz vorhanden?
4 (IQB; Niveau I)	Gegeben ist die in IR definierte Funktion $f(x)=\sin(x)$. Es gilt: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=1$. **a** Geben Sie den Wert des Integrals $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ an. **b** Begründen Sie ohne Verwendung einer Stammfunktion, dass $\int_0^{5\pi} f(x)dx=2$ gilt. **c** Beschreiben Sie, wie der Graph der in IR definierten Funktion $h(x)=1+2\cdot\sin(x)$ aus dem Graphen von f hervorgeht.

Lösung Q2 Set 1, Runde 2

1	Wie alt sind alle Schüler der Schule zusammen? Überschlage!	ca. 14.000 Jahre
2	Geben Sie eine Gleichung mit den Lösungen $t=3$ und $t=-5$ an.	z.B. $(t-3)\cdot(t+5)=0$
3	Die Halbwertszeit einer radioaktiven Substanz beträgt eine Woche. Wann ist nur noch etwa ein Tausendstel der Substanz vorhanden?	Nach ca. 10 Wochen.
4	Gegeben ist die in IR definierte Funktion $f(x)=\sin(x)$. Es gilt: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 1$. **a** Geben Sie den Wert des Integrals $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ an. **b** Begründen Sie ohne Verwendung einer Stammfunktion, dass $\int_0^{5\pi} f(x)dx = 2$ gilt. **c** Beschreiben Sie, wie der Graph der in IR definierten Funktion $h(x)=1+2\cdot\sin(x)$ aus dem Graphen von f hervorgeht.	a) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 0$ b) Aus der Periodizität von f folgt: $\int_0^{5\pi} f(x)dx = \int_0^{\pi} f(x)dx$ Aufgrund der Symmetrie des Graphen von f gilt: $\int_0^{\pi} f(x)dx = 2\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ Damit: $\int_0^{5\pi} f(x)dx = 2\cdot 1 = 2$ c) Der Graph von h geht – unter Beachtung der Reihenfolge – aus dem Graphen von f hervor durch: 1. Streckung mit dem Faktor 2 in y-Richtung 2. Verschiebung um 1 in positive y-Richtung

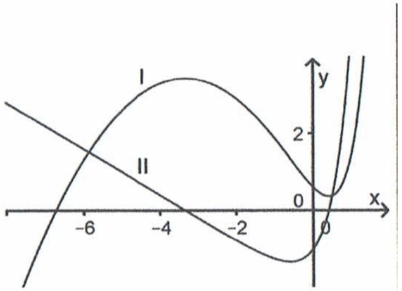
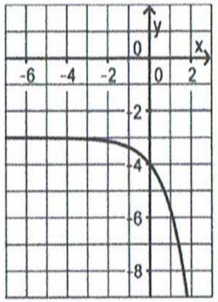
Q2 Set 1, Runde 3

<table>
<tr><td>1</td><td>Wie groß ist das Volumen dieses Raumes?</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Geben Sie alle Lösungen der Gleichung $x^3 - 2 = 25$ an.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Wenn man die Kantenlänge eines Würfels verdoppelt, mit welchem Faktor vervielfacht sich dann das Volumen?</td></tr>
<tr><td>4
(IQB;
Niveau
I)</td><td>
a Die Abbildung zeigt die Graphen einer Funktion und der zugehörigen Ableitungsfunktion. Entscheiden Sie, welcher der Graphen I und II die Ableitungsfunktion darstellt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

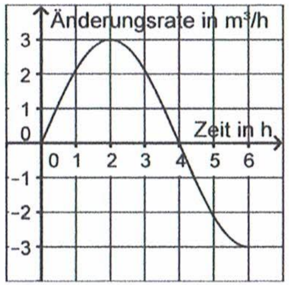
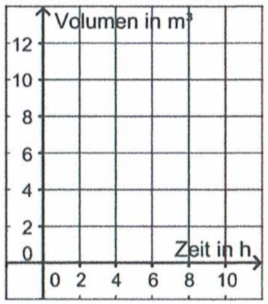


b Eine nicht lineare Funktion h hat keine Nullstelle. Der Graph von h nähert sich für $x \to -\infty$ asymptotisch der Geraden mit der Gleichung $y = -3$. Geben Sie einen Funktionsterm von h an und skizzieren Sie den zugehörigen Graphen.
</td></tr>
</table>

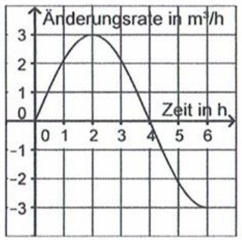
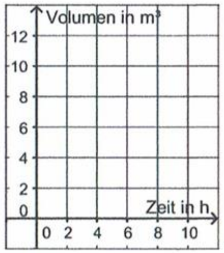
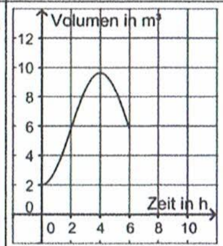
Lösung Q2 Set 1, Runde 3

1	Wie groß ist das Volumen dieses Raumes?	zum Raum passende Lösung
2	Geben Sie alle Lösungen der Gleichung $x^3-2=25$ an.	$x=3$
3	Wenn man die Kantenlänge eines Würfels verdoppelt, mit welchem Faktor vervielfacht sich dann das Volumen?	$2^3=8$
4	**a** Die Abbildung zeigt die Graphen einer Funktion und der zugehörigen Ableitungsfunktion. Entscheiden Sie, welcher der Graphen I und II die Ableitungsfunktion darstellt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.  **b** Eine nicht lineare Funktion h hat keine Nullstelle. Der Graph von h nähert sich für $x \to -\infty$ asymptotisch der Geraden mit der Gleichung $y=-3$. Geben Sie einen Funktionsterm von h an und skizzieren Sie den zugehörigen Graphen.	**a** Graph II Begründung: Graph I schneidet für ein $x \in [-7;-6]$ die x-Achse. Würde Graph I die Ableitungsfunktion darstellen, so müsste Graph II für dieses $x \in [-7;-6]$ einen Extrempunkt haben. Da dies nicht der Fall ist, stellt Graph II die Ableitungsfunktion dar. **b** $h(x) = -e^x - 3$ 

Q2 Set 1, Runde 4

1	Wie viele Kästchen sind ungefähr auf einer beidseitig bedruckten DIN A4-Seite Karopapier?
2	Geben Sie die Lösungen der Gleichung $3^t + 7 = 8$ an.
3	Wenn man die Kantenlänge eines Würfels verdoppelt, wie verändert sich dann die Oberfläche?
4 (IQB, Niveau II)	Abbildung 1 stellt für einen Wassertank die Zu- fluss- bzw. Abflussrate (in $\frac{m^3}{h}$) von Wasser für einen Beobachtungszeitraum von sechs Stunden dar. Zu Beginn der Beobachtung enthält der Tank $2m^3$ Wasser.  Abb. 1 **a** Bestimmen Sie das Volumen des Wassers, das sich zwei Stunden nach Beobach- tungsbeginn im Tank befindet. **b** Skizzieren Sie in Abbildung 2 den Graphen, der die Entwicklung des Volumens des Was- sers im Tank in Abhängigkeit von der Zeit dar- stellt.  Abb. 2

Lösung Q2 Set 1, Runde 4

1	Wie viele Kästchen sind ungefähr auf einer beidseitig bedruckten DIN A4-Seite Karopapier?	ca 4800
2	Geben Sie die Lösungen der Gleichung $3^t + 7 = 8$ an.	$t = 0$
3	Wenn man die Kantenlänge eines Würfels verdoppelt, wie verändert sich dann die Oberfläche?	Die neue Oberfläche ist viermal so groß.
4	Abbildung 1 stellt für einen Wassertank die Zufluss- bzw. Abflussrate (in $\frac{m^3}{h}$) von Wasser für einen Beobachtungszeitraum von sechs Stunden dar. Zu Beginn der Beobachtung enthält der Tank $2m^3$ Wasser.  Abb. 1 **a** Bestimmen Sie das Volumen des Wassers, das sich zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn im Tank befindet. **b** Skizzieren Sie in Abbildung 2 den Graphen, der die Entwicklung des Volumens des Wassers im Tank in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.  Abb. 2	**a** Zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn befinden sich etwa $5{,}8\,m^3$ Wasser im Tank. **b** 

Q2 Set 1, Runde 5

1	Wie weit kommt man in zweieinhalb Stunden, wenn man auf der Autobahn 130 km/h fährt?
2	Ergänzen Sie: Die Gleichung ____ $\cdot x+6=0$ hat die Lösung $x=18$.
3	Eine Bakterienart verdoppelt sich alle 20 Minuten. Aus anfänglich 1000 Bakterien sind nach zwei Stunden ____________ geworden.
4 (IQB, Niveau II)	Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \ln\left(e^2 - x\right)$ mit maximalem Definitionsbereich D. **a** Geben Sie D an. **b** Bestimmen Sie die Nullstelle von f. **c** Weisen Sie rechnerisch nach, dass $y=-\frac{1}{e^2}\cdot x+2$ eine Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(0\,\vert\, f(0))$ ist.

Lösung Q2 Set 1, Runde 5

1	Wie weit kommt man in zweieinhalb Stunden, wenn man auf der Autobahn 130 km/h fährt?	325 km
2	Ergänzen Sie: Die Gleichung ____ $\cdot x + 6 = 0$ hat die Lösung $x = 18$.	$-\frac{1}{3}$
3	Eine Bakterienart verdoppelt sich alle 20 Minuten. Aus anfänglich 1000 Bakterien sind nach zwei Stunden ____________ geworden.	64.000
4	Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \ln(e^2 - x)$ mit maximalem Definitionsbereich D. **a** Geben Sie D an. **b** Bestimmen Sie die Nullstelle von f. **c** Weisen Sie rechnerisch nach, dass $y = -\frac{1}{e^2} \cdot x + 2$ eine Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(0 \mid f(0))$ ist.	**a** $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < e^2\}$ **b** $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = e^2 - 1$ **c** $f'(x) = \frac{1}{x - e^2}$ Es gilt: $f(0) = 2$, $f'(0) = -\frac{1}{e^2}$

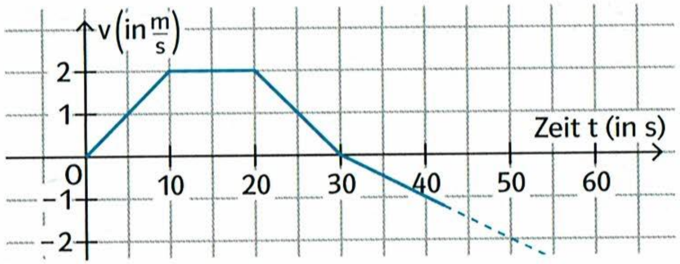
Q2 Set 1, Runde 6

1	Wie viel verdient jemand mit einem Lohn von 12 Euro pro Stunde und 4 Arbeitsstunden wöchentlich ungefähr pro Monat?
2	Geben Sie alle Lösungen der Gleichung $u^2 = u^4$ an.
3	Eine Algenart verdoppelt sich alle 2 Tage. Aus anfänglich 3m^2 sind nach zehn Tagen __________ geworden.
4 (IQB, Niveau II	Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \ln\left(e^2 - x\right)$ mit maximalem Definitionsbereich D. **a** Geben Sie D an. **b** Bestimmen Sie die Nullstelle von f. **c** Weisen Sie rechnerisch nach, dass $y = -\frac{1}{e^2} \cdot x + 2$ eine Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $\left(0 \mid f(0)\right)$ ist.

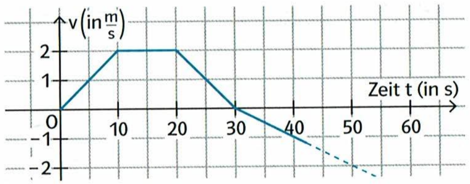
Lösung Q2 Set 1, Runde 6

1	Wie viel verdient jemand mit einem Lohn von 12 Euro pro Stunde und 4 Arbeitsstunden wöchentlich ungefähr pro Monat?	ca. 200 Euro
2	Geben Sie alle Lösungen der Gleichung $u^2 = u^4$ an.	$u = 0, u = 1, u = -1$
3	Eine Algenart verdoppelt sich alle 2 Tage. Aus anfänglich $3m^2$ sind nach zehn Tagen _________ geworden.	$3m^2 \cdot 2^5 = 96m^2$
4	Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \ln\left(e^2 - x\right)$ mit maximalem Definitionsbereich D. **a** Geben Sie D an. **b** Bestimmen Sie die Nullstelle von f. **c** Weisen Sie rechnerisch nach, dass $y = -\frac{1}{e^2} \cdot x + 2$ eine Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $\left(0 \mid f(0)\right)$ ist.	Der Graph von f schneidet das Rechteck für $x = 2$ und $x = 4$. Inhalt der Fläche, die der Graph von f mit der x-Achse und der Geraden mit der Gleichung $x = 4$ einschließt: $\int_2^4 f(x)\,dx = \left[2x + \frac{8}{x}\right]_2^4 = 2$ Flächeninhalt des Rechtecks: 6 Verhältnis: 1 : 2

Q2 Set 1, Runde 7

1	Berechnen Sie näherungsweise $24{,}8 \cdot 7{,}1$.
2	Lösen Sie die Gleichung $4 \cdot 4^{z} = \frac{1}{16}$.
3	Der radioaktive Zerfall einer Substanz wird durch $80g \cdot 0{,}1^{t}$ (Zeit t in Jahren) beschrieben. Wann sind nur noch ca. 8mg der Substanz vorhanden.
4 **(LS; Analysis kompakt, S.53)**	Der abgebildete Graph modelliert die Vertikalgeschwindigkeit eines Segelflugzeugs. Zu Beginn der Messung ist das Flugzeug 400 m hoch. Steigt das Flugzeug, so ist v positiv.  **a)** Bestimmen Sie die Höhe, auf der sich das Flugzeug zu den Zeitpunkten $t_1 = 20\,s$ und $t_2 = 40\,s$ befindet. **b)** Geben Sie den Zeitpunkt an, zu dem sich das Flugzeug auf maximaler Höhe befindet. **c)** Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem das Flugzeug auf einer Höhe von 395 m fliegt.

Lösung Q2 Set 1, Runde 7

1	Berechnen Sie näherungsweise $24{,}8 \cdot 7{,}1$.	$ca. 175$.
2	Lösen Sie die Gleichung $4 \cdot 4^z = \frac{1}{16}$.	$z = -3$.
3	Der radioaktive Zerfall einer Substanz wird durch $80g \cdot 0{,}1^t$ (Zeit t in Jahren) beschrieben. Wann sind nur noch ca. 8mg der Substanz vorhanden.	nach 4 Jahren
4	Der abgebildete Graph modelliert die Vertikalgeschwindigkeit eines Segelflugzeugs. Zu Beginn der Messung ist das Flugzeug 400 m hoch. Steigt das Flugzeug, so ist v positiv.  **a)** Bestimmen Sie die Höhe, auf der sich das Flugzeug zu den Zeitpunkten $t_1 = 20\,s$ und $t_2 = 40\,s$ befindet. **b)** Geben Sie den Zeitpunkt an, zu dem sich das Flugzeug auf maximaler Höhe befindet. **c)** Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem das Flugzeug auf einer Höhe von 395 m fliegt.	**10** **a)** Orientierter Flächeninhalt von 0 bis 20: 30 FE, dies entspricht einer Höhenzunahme von 30 Metern, das Flugzeug befindet sich also dann in einer Höhe von 430 m. Von 20 bis 40 ergibt sich als orientierter Flächeninhalt $(10 - 5)\,FE = 5\,FE$, dies entspricht einer Höhenzunahme von 5 m, die Flughöhe nach 40 s ist 435 m. **b)** Das Flugzeug befindet sich bei $t = 30\,s$ auf maximaler Höhe, da der Graph bis $t = 30$ oberhalb der x-Achse verläuft. Dies entspricht einer Höhenzunahme. **c)** Gesucht ist der Zeitpunkt t_0, sodass der orientierte Flächeninhalt im Bereich $[0; t_0]$ $-5\,FE$ beträgt. Dies ist für $t_0 = 60$ der Fall. Nach 60 s fliegt das Flugzeug auf einer Höhe von 395 m.

Q2 Set 1, Runde 8

1	Berechnen Sie näherungsweise $\sqrt{120}$.
2	Lösen Sie die Gleichung $(x-2)\cdot(4-x)=0$.
3	Ein Kapital K_0 wird mit p Prozent jährlich verzinst. Geben Sie einen Term für den Kontostand nach x Jahren an.
4 (LS; Analysis kompakt, S.19)	**a)** Bestimmen Sie die Steigung des Graphen von f mit $f(x) = (2x-1)^3$ im Punkt $P(1\|f(1))$. **b)** Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes, in dem der Graph von g mit $g(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ die Steigung -2 hat. **c)** Prüfen Sie, ob der Graph von h mit $h(x) = \frac{1}{1-x^2}$ Punkte hat, an denen die Tangente parallel zur x-Achse verläuft.

Lösung Q2 Set 1, Runde 8

1	Berechnen Sie näherungsweise $\sqrt{120}$.	ca. 11
2	Lösen Sie die Gleichung $(x-2)\cdot(4-x)=0$.	$x=2, x=4$
3	Ein Kapital K_0 wird mit p Prozent jährlich verzinst. Geben Sie einen Term für den Kontostand nach x Jahren an.	$K_0\cdot(1+\frac{p}{100})^x$
4	**a)** Bestimmen Sie die Steigung des Graphen von f mit $f(x)=(2x-1)^3$ im Punkt $P(1\mid f(1))$. **b)** Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes, in dem der Graph von g mit $g(x)=\frac{1}{(x-1)^2}$ die Steigung −2 hat. **c)** Prüfen Sie, ob der Graph von h mit $h(x)=\frac{1}{1-x^2}$ Punkte hat, an denen die Tangente parallel zur x-Achse verläuft.	**9** **a)** $f'(x)=6(2x-1)^2$; $f'(1)=6$ **b)** $g'(x)=\frac{-2}{(x-1)^3}=-2 \Rightarrow x=2$ $g(2)=1$; $P(2\mid 1)$ **c)** $h'(x)=\frac{2x}{(1-x^2)^2}=0 \Rightarrow x=0$ Es gibt einen Punkt, an dem die Tangente parallel zur x-Achse verläuft.